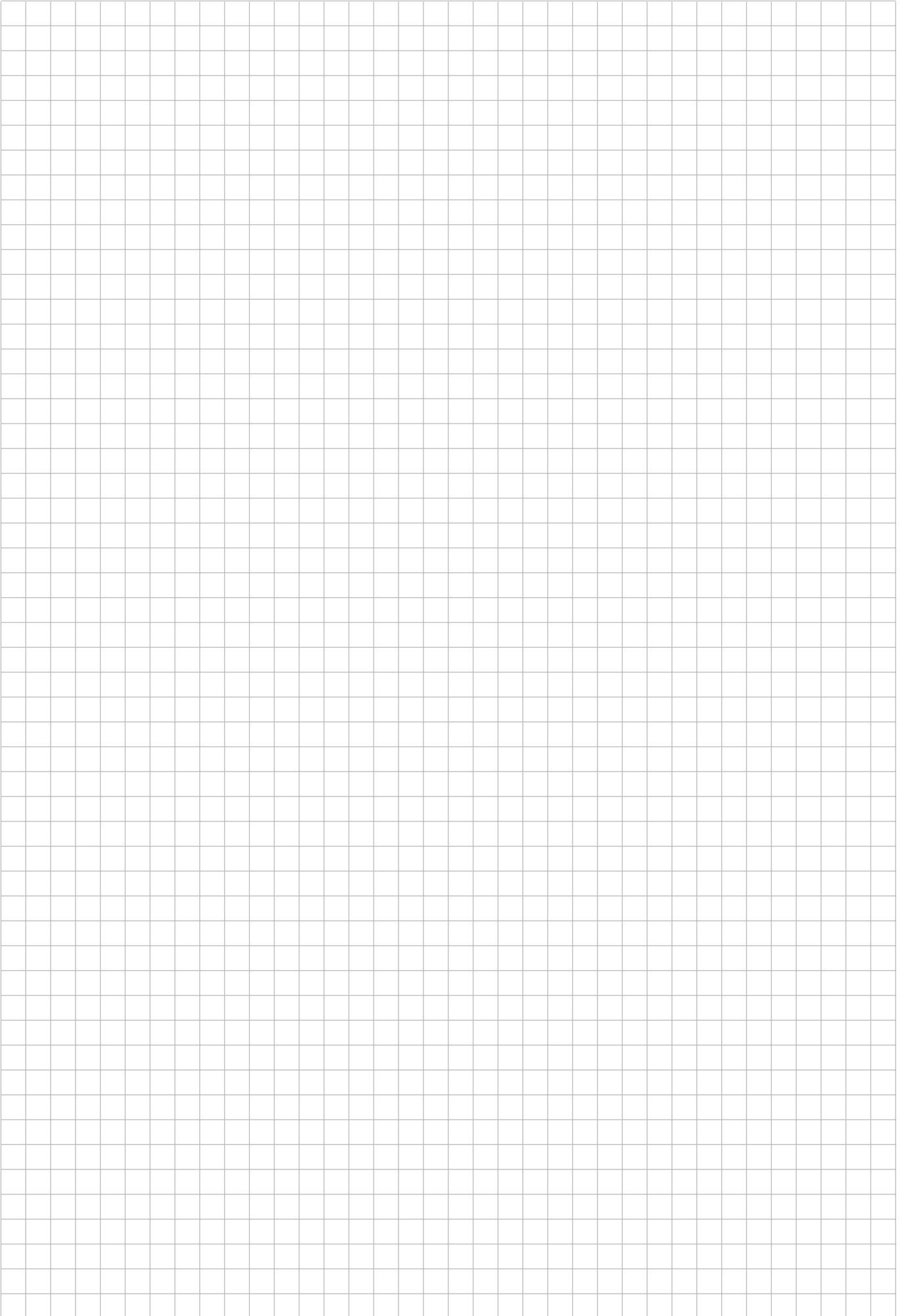
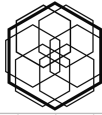
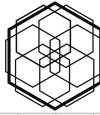


PrivateTeacher
Cours Privés de Science

Analyse
Combinatoire





L'analyse combinatoire est un ensemble de techniques utilisées pour compter le nombre de façon d'organiser des objets.

On a k cases
Chaque case peut prendre n valeurs

L'Ordre est important



Suite Ordonnée (Séquence) d'objets

$n \neq k \Rightarrow$ Arrangement

Avec Répétition

$$A_k^n = n^k$$

Sans Répétition

$$A_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$$

(noté nPr sur la calculatrice)

$n = k \Rightarrow$ Permutation

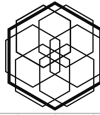
Avec Répétition

$$P_n = \frac{n!}{\prod k_i!}$$

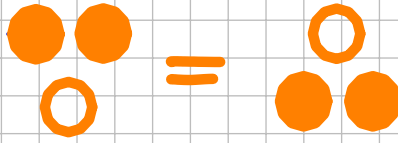
Sans Répétition

$$P_n = A_n^n = n!$$





L'Ordre n'est pas important



Suite non ordonnée (**Ensemble**) d'objets

$n \neq k$ Combinaison

Sans Répétition

$$C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

(noté nCr sur la calculatrice)

Arrangement avec Répétition

$$A_k^n = n^k$$

Exple :

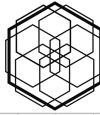
Combien de nombres différents
puis-je former avec deux
chiffres ?

→ Deux cases $\Rightarrow k = 2$

→ Dix valeurs possible dans
chaque case $\Rightarrow n = 10$

Je peux donc former $10^2 = 100$
nombres différents !



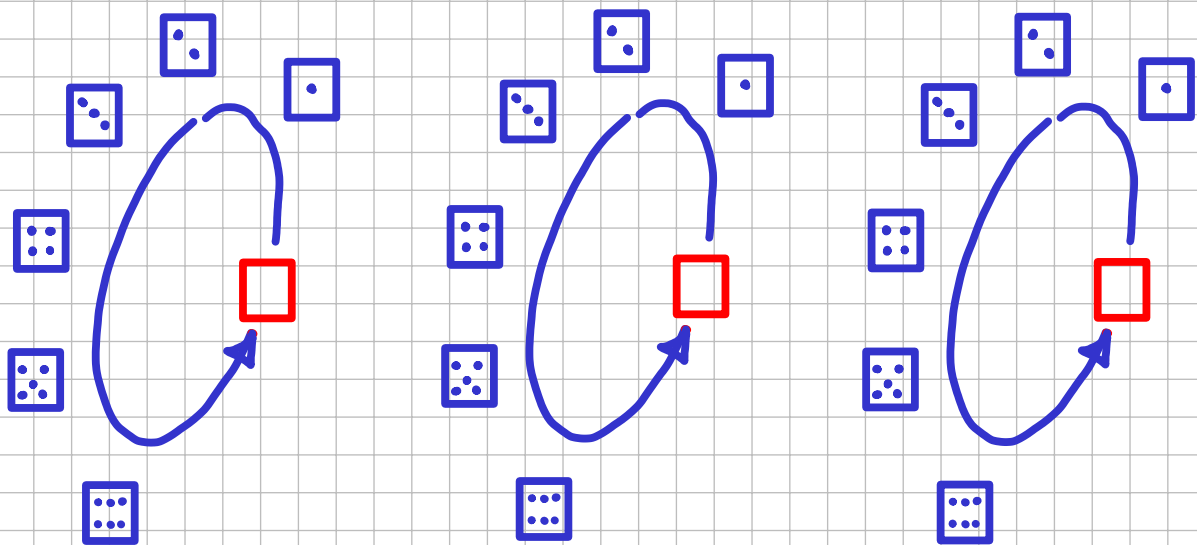


Exple : Je tire un dé 3 fois
Combien d'arrangement différents
de 3 valeurs sont-il possible ?

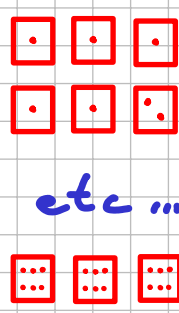
→ 3 cases $\Rightarrow k = 3$

→ 6 valeurs possible $\Rightarrow n = 6$

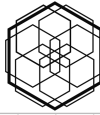
J'ai donc $6^3 = 216$ arrangements
possibles !



3 cases, 6 possibilités
à chaque fois

 } 216
etc ...





Arrangement sans répétition

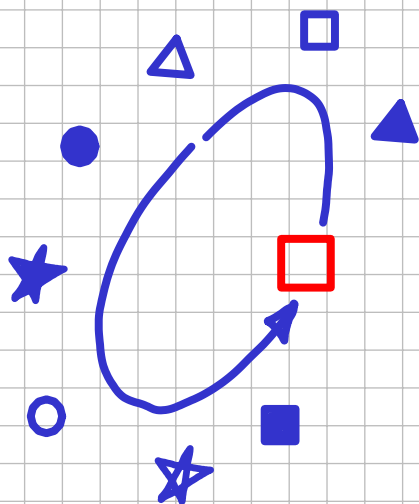
$$A_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Tirage sans remise.

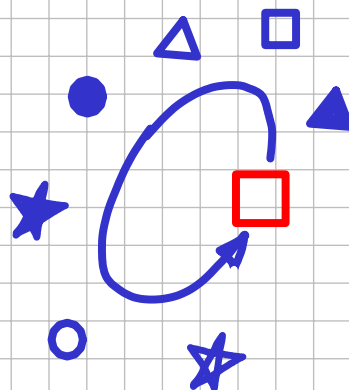
Parmi l'ensemble d'objet à disposition, chacun n'est tiré qu'une seule fois.

Exple : J'ai un sac contenant 8 objets j'en choisis 3 sans les remettre dans le sac !

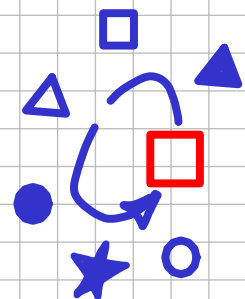
Combien d'arrangement différents puis-je faire ?



8
Possibilités

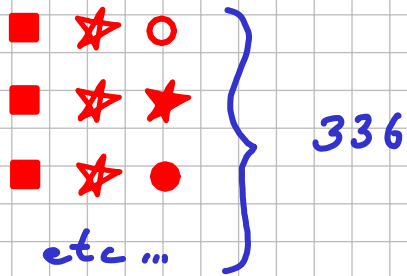
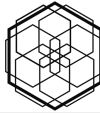


7
Possibilités



6
Possibilités





$$\begin{aligned} \text{Nombre d'arrangements} &= 8 \cdot 7 \cdot 6 \\ &= \frac{8!}{5!} \end{aligned}$$

Si k cases et n objets $A_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$

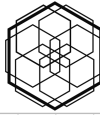
Permutation sans répétition

$$A_n^n = P_n = n!$$

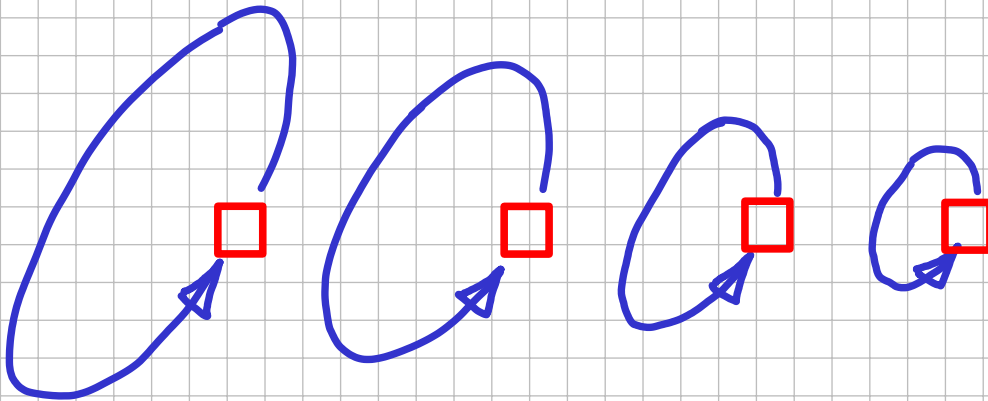
Cas particulier d'arrangement lorsque l'on a autant de cases que d'objets ($n = k$)

$$\text{On a } A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = \frac{n!}{1} = n!$$



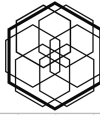


Exple : J'ai 4 objets que je place dans
4 cases. Combien de façons
différentes ai-je de les organiser ?



$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4!$$





Permutation avec répétition

$$P_n = \frac{n!}{\prod k_i!}$$

Exple: le mot CELLULE

7 cases

7 lettres

parmi lesquelles "L" répété 3 fois
"E" répété 2 fois

Combien de mots différents de 7 lettres
puis-je former avec ces lettres ?

$$P_n = \frac{7!}{2! \cdot 3! \cdot 1! \cdot 1!} = \frac{7!}{2! 3!} = 420$$

E L U C



