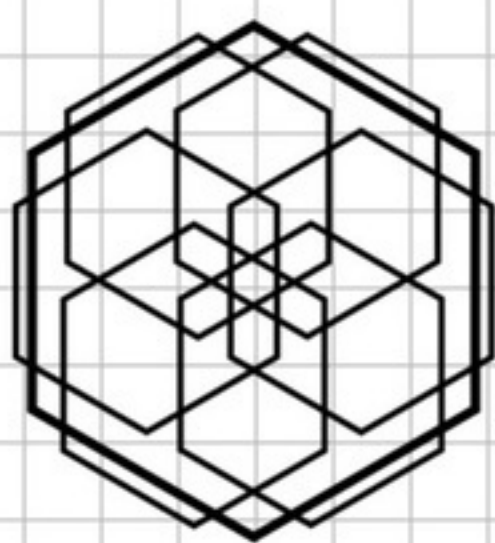
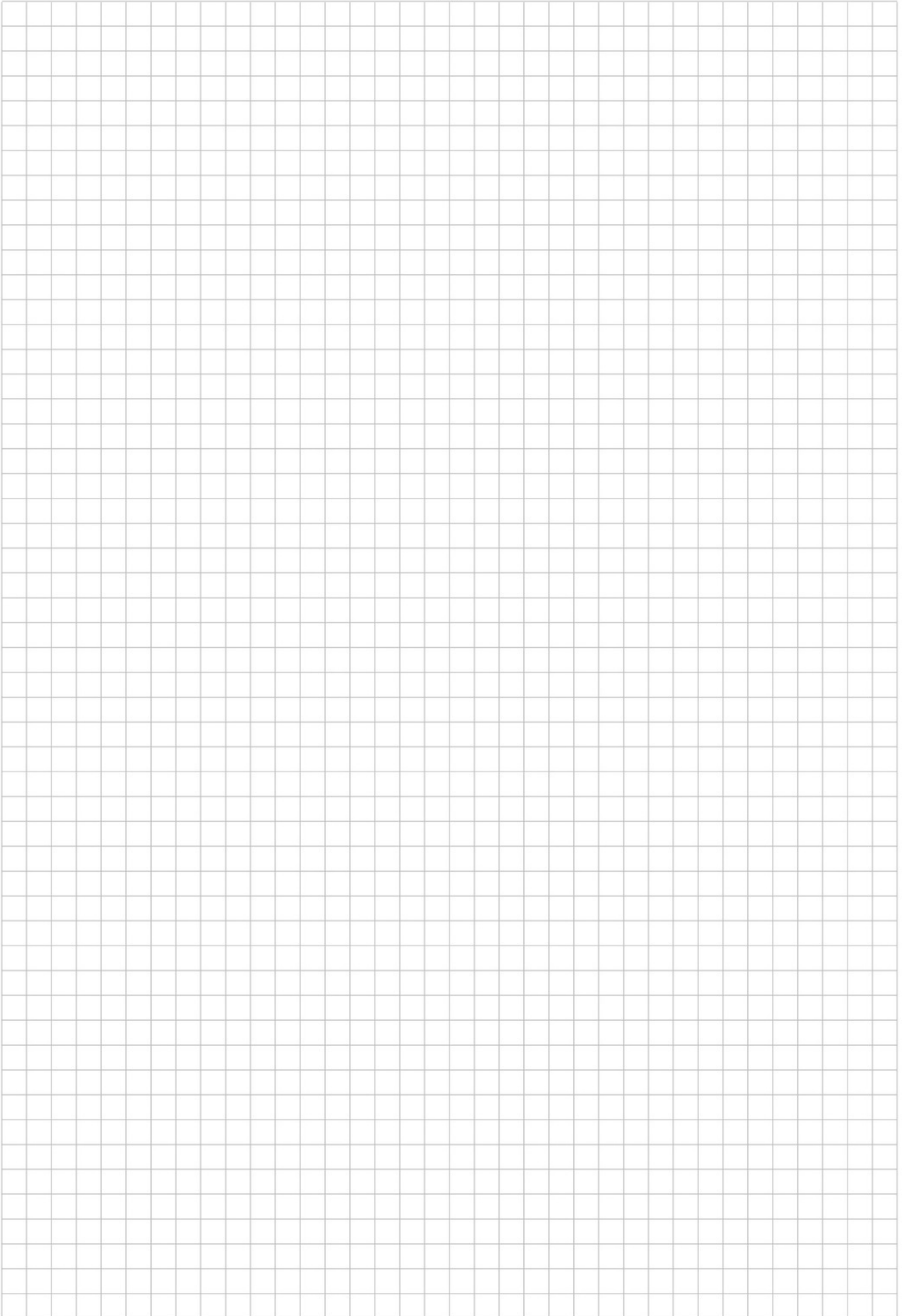




PrivateTeacher
Cours Privés de Science

Addition de fractions

<u>Sommaire :</u>	Ce que sont les fractions
	Une représentation
	Comment fractionner
	Addition de fractions
	Addition de fractions dissemblables
	Remarques
	Exercices corrigés
	Exercices





Ce que sont les fractions

Il arrive souvent que l'on doive partager quelque chose afin de le distribuer équitablement.

Cela peut être un gâteau, une pomme ou encore une somme d'argent.

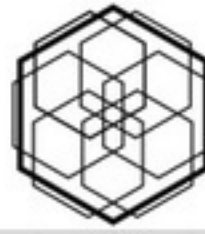
Nous savons tous partager une poire en deux, un gâteau en huit parties égales ou encore 50 CHF entre 5 personnes.

Mais comment feriez-vous pour répartir équitablement 8.5 kg de pommes entre un groupe de 7 personnes et un autre de 26 personnes ?

Les mathématiques nous offrent les moyens de formuler une réponse à ce genre de questions.

Tout comme les télescopes sont un instrument de l'œil pour voir plus loin, les mathématiques sont un instrument de notre esprit pour raisonner sur des problèmes plus ambitieux.





Une représentation

Les mathématiques sont un outils pour représenter le monde qui nous entours.

Tout comme un tableau ou une photo sont un portrait de la réalité, et non pas la réalité elle-même, les mathématiques sont une représentation de la réalité, et non pas la réalité elle-même.

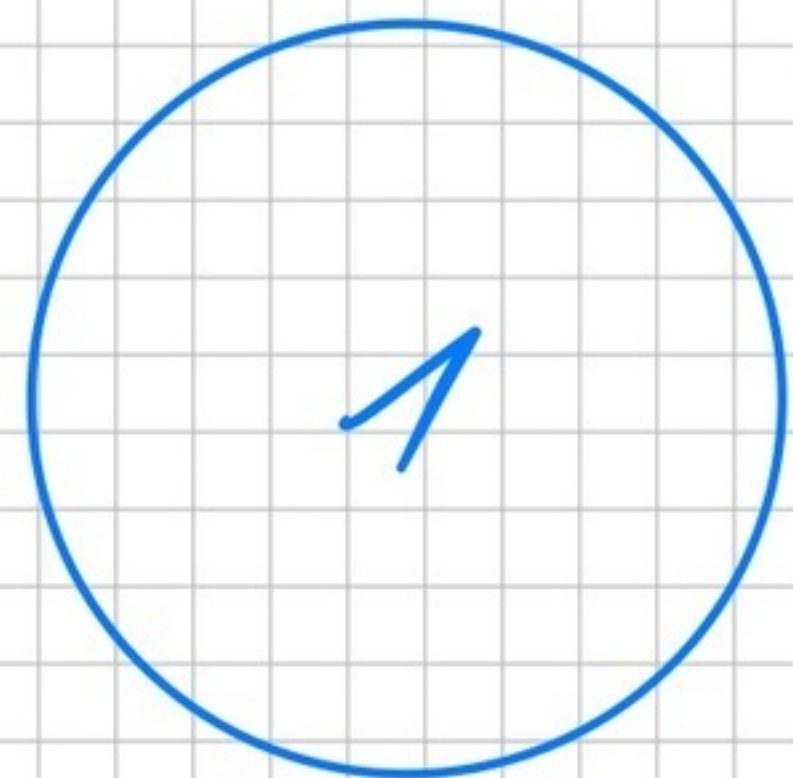
En math, on peut donc représenter une chose entière par le nombre 1.

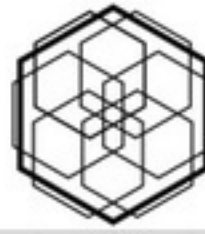
On peut également représenter la chose entière par un disque.

On dessinera alors :

Ce disque représente un ensemble complet, un tout :

- Une pomme entière.
- Un gâteau entier.
- Une journée entière.



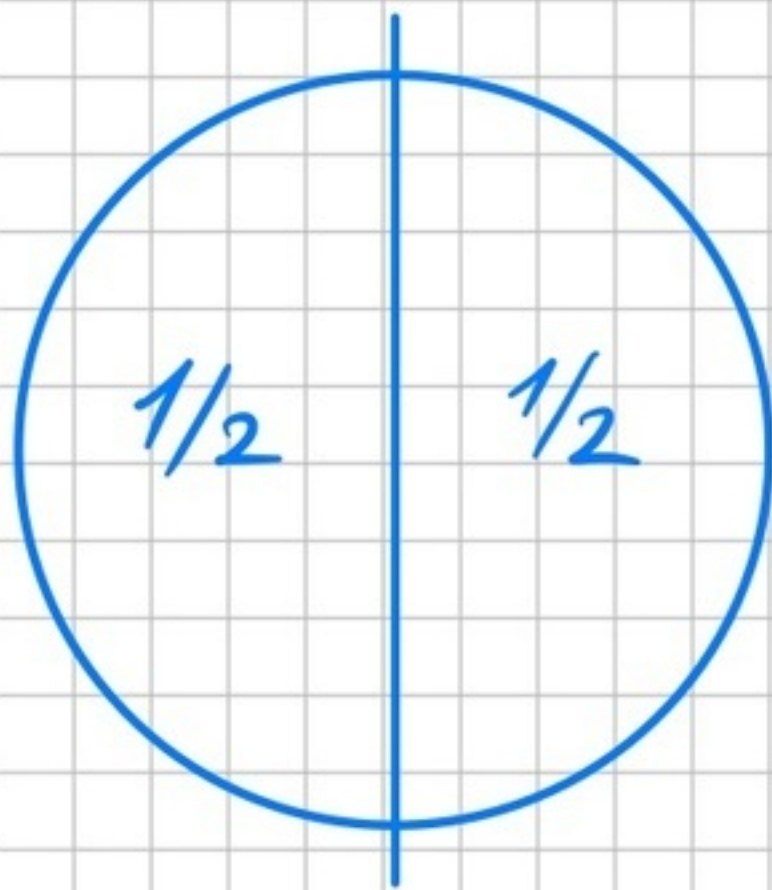


Comment fractionner

On s'intéresse alors à la façon
de partager le tout

On s'intéresse à la façon
de fractionner le tout

Fractionner signifie diviser



On a divisé le cercle en deux

Chaque partie est donc
la moitié du tout

En termes mathématiques,
chacune de ces parties
se note : $\frac{1}{2}$

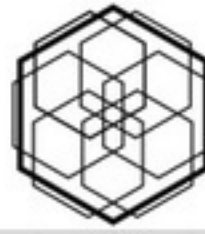
Voyons à présent comment on représente
leur réunification.

Nous savons bien que deux demi-pommes
forment une pomme entière.

En mathématique on écrit :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$





Addition de fractions

Pour additionner des fractions, il n'y a qu'une seule règle à respecter :

Je ne dois additionner que des fractions semblables entre elles.

Dans notre exemple en effet, nous avons additionné deux moitiés entre elles.

Les calculs sont alors très simple, il suffit d'additionner les partie supérieures de la fraction (les numérateurs) et de laisser la partie inférieures (les dénominateurs) identiques, comme pour l'exemple suivant :

$$\bullet \quad \frac{1}{2} + \frac{4}{2} = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\bullet \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+1+1}{2} = \frac{3}{2}$$

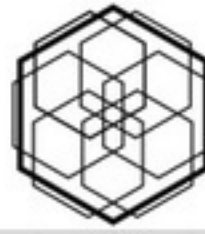
$$\bullet \quad \frac{4}{3} + \frac{7}{3} = \frac{4+7}{3} = \frac{11}{3}$$

De même avec les nombres négatifs :

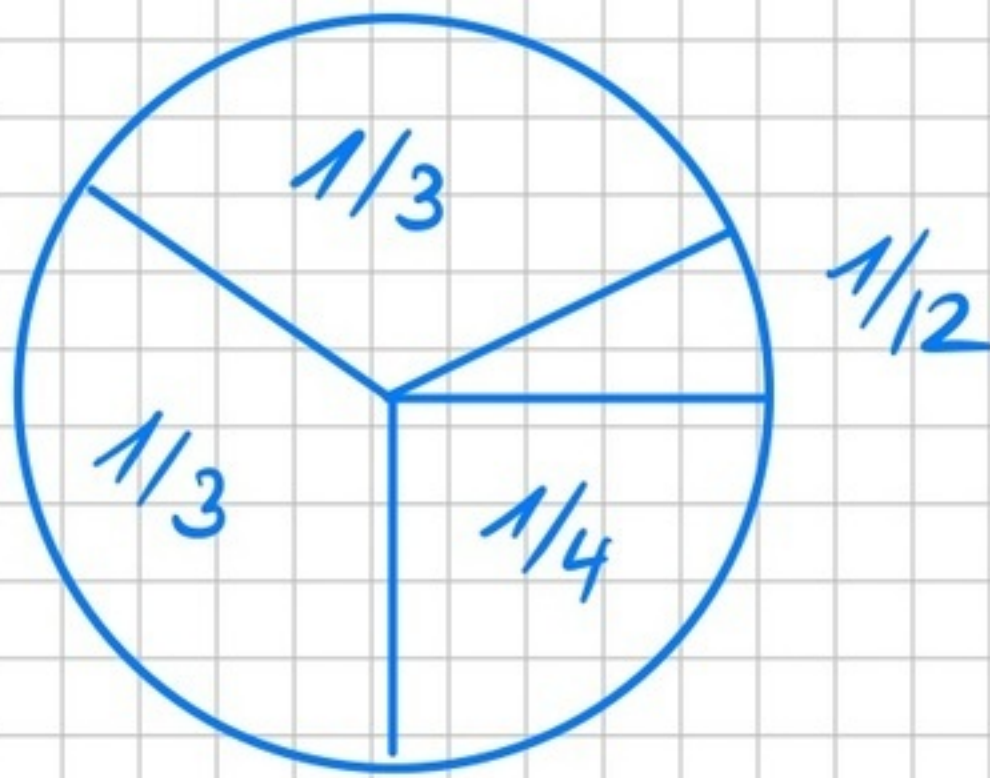
$$\bullet \quad \frac{8}{3} - \frac{4}{3} = \frac{8-4}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\bullet \quad \frac{1}{4} - \frac{6}{4} = \frac{1-6}{4} = \frac{-5}{4}$$





Addition de fractions dissemblables



Pour additionner des fractions dissemblables entre elles, on commence par les convertir en des fractions identiques.

Il est possible en effet, d'écrire deux fois la même fraction, mais de manière différente.

On sait par exemple que $\frac{8}{4}$ peut aussi s'écrire plus simplement 2.

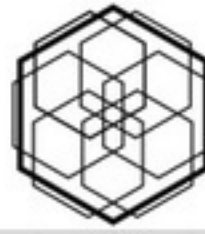
En mathématique on exprime cela sous la forme d'une égalité :

$$\frac{8}{4} = 2$$

Le plus important lorsque l'on écrit une fraction sous une forme différente, c'est de conserver sa valeur initiale.

On ne cherche pas en effet, à écrire un nombre différent, mais à écrire le même nombre de manière différente.





Voici donc comment transformer une fraction

Admettons que l'on souhaite réécrire $\frac{4}{3}$
en une fraction qui représente
de parties sur 6 (des sixèmes, $\frac{1}{6}$)

On écrit :

$$\frac{4}{3} = \frac{4}{3} \cdot 1$$

On peut toujours multiplier
un nombre par un.

$$\frac{4}{3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{2}$$

J'ai le choix d'écrire 1
de la manière que je veux

$$\frac{4}{3} = \frac{4 \cdot 2}{3 \cdot 2}$$

J'exécute ensuite
la multiplication pour

$$\frac{4}{3} = \underline{\underline{\frac{8}{6}}}$$

obtenir la même fraction
écrite différemment.

Autre exemple avec $\frac{5}{2}$

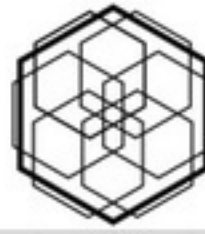
$$\frac{5}{2} = \frac{5}{2} \cdot 1$$

$$= \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{3}$$

$$= \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 3}$$

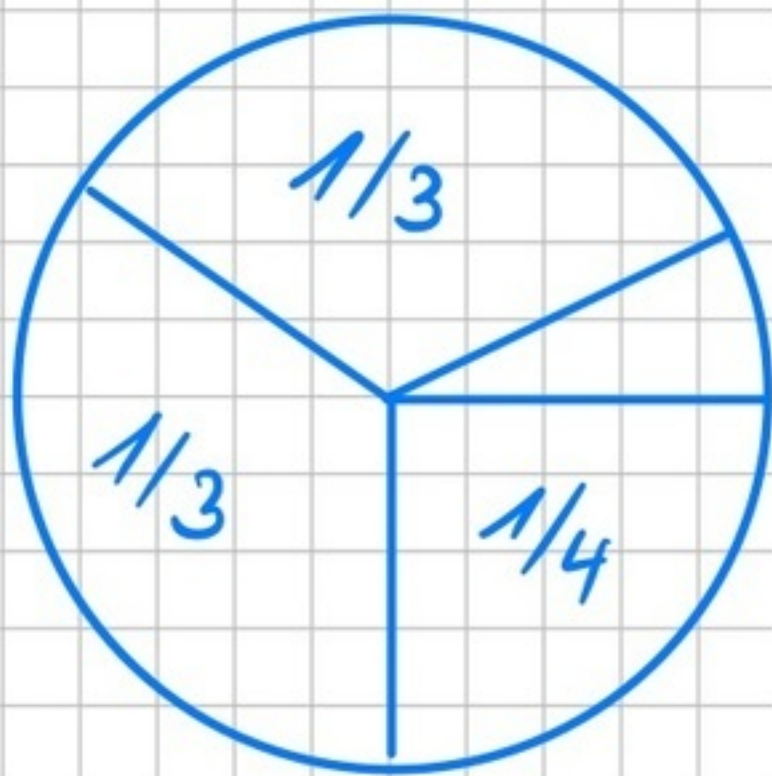
$$= \underline{\underline{\frac{15}{6}}}$$





On peut maintenant additionner
n'importe quelle fractions
dissemblables.

Reprenons pour l'exemple la représentation
visuelle du début :



On le voit, chacune
de ces parties, bien
qu'elles soient différentes
constituent toutes ensemble
un disque entier.

On s'attend donc à ce que
leur somme vaille 1.

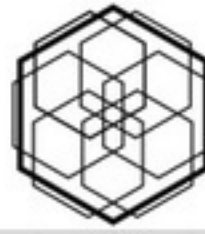
On choisit 12 comme dénominateur commun

On transforme donc toutes les fractions
qui ne sont pas semblable à 12 :

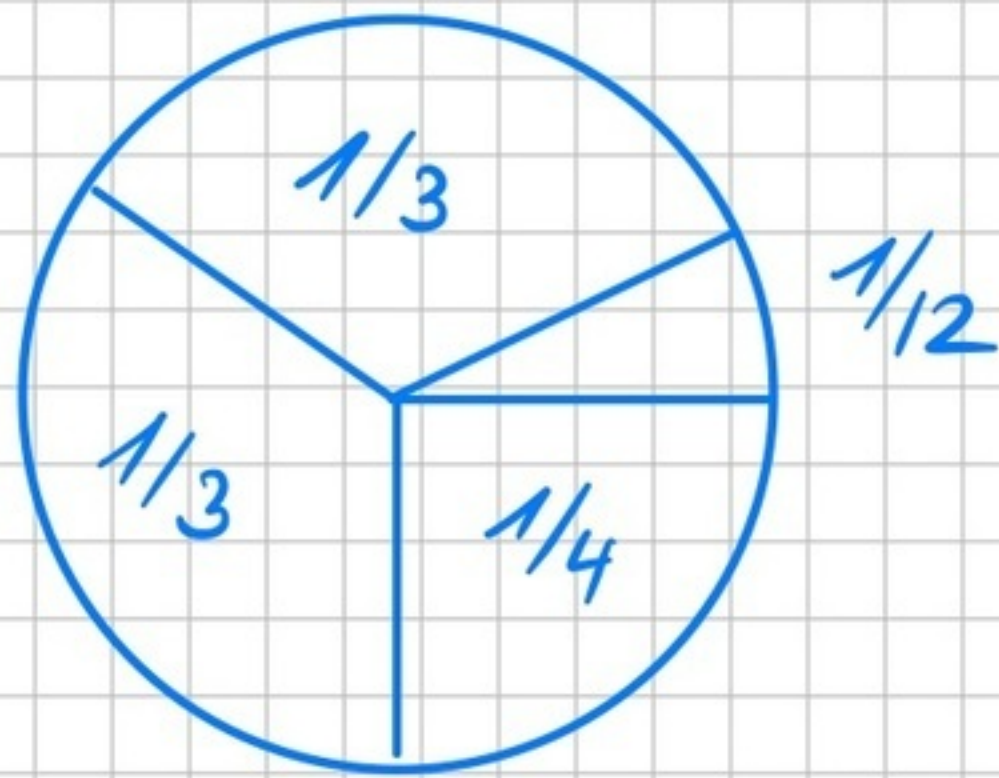
$$\begin{aligned}\frac{1}{3} &= \frac{1}{3} \cdot 1 \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{4} \\ &= \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 4} \\ &= \frac{4}{12}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} &= \frac{1}{4} \cdot 1 \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{3} \\ &= \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} \\ &= \frac{3}{12}\end{aligned}$$





On a donc :



$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{12}$$

On peut maintenant additionner chacune de ces fractions :

$$\text{Somme} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12}$$

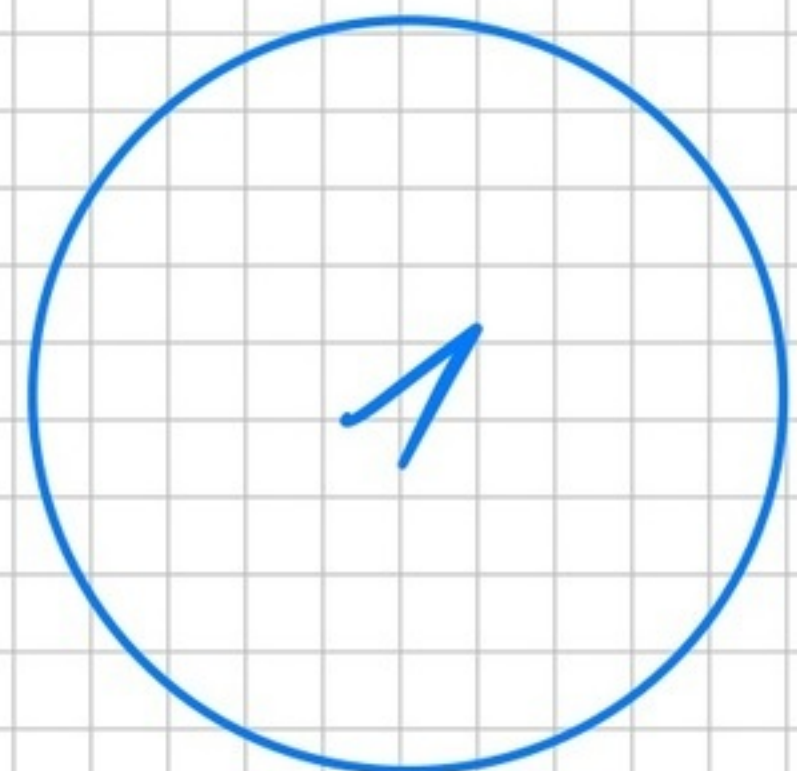
$$= \frac{4}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12}$$

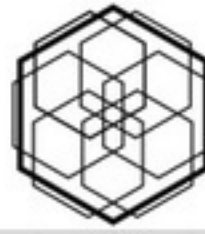
$$= \frac{4 + 4 + 3 + 1}{12}$$

$$= \frac{12}{12}$$

$$= \textcircled{1}$$

Les fractions de notre exemple s'additionnent bien à 1, on retrouve donc le disque entier.





Remarque 001

Toutes les fractions ne s'additionnent pas nécessairement à 1.

On peut très bien avoir une somme de fractions qui donne 7, comme dans l'exemple suivant :

$$\frac{8}{2} + \frac{6}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

Remarque 002

Tout comme pour les nombres entiers il est important de bien faire la différence entre addition et multiplication

- Addition de fractions

$$\frac{4}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4+2}{3} = \frac{6}{3}$$

- Multiplication de fractions

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{8}{9}$$





Exercices corrigés

Transformer les fractions suivantes
en dixièmes (en partie sur dix : $\frac{1}{10}$)

a)

$$\begin{aligned} 5 &= 5 \cdot 1 \\ &= \frac{5}{1} \cdot \frac{10}{10} \\ &= \frac{5 \cdot 10}{1 \cdot 10} \\ &= \underline{\underline{\frac{50}{10}}} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \frac{4}{5} &= \frac{4}{5} \cdot 1 \\ &= \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{2} \\ &= \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2} \\ &= \underline{\underline{\frac{8}{10}}} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} \frac{8}{2} &= \frac{8}{2} \cdot 1 \\ &= \frac{8}{2} \cdot \frac{5}{5} \\ &= \frac{8 \cdot 5}{2 \cdot 5} \\ &= \underline{\underline{\frac{40}{10}}} \end{aligned}$$

Transformer les fractions suivantes
en sixièmes (en partie sur six : $\frac{1}{6}$)

a)

$$\begin{aligned} 8 &= 8 \cdot 1 \\ &= \frac{8}{1} \cdot \frac{6}{6} \\ &= \frac{8 \cdot 6}{1 \cdot 6} \\ &= \underline{\underline{\frac{48}{6}}} \end{aligned}$$

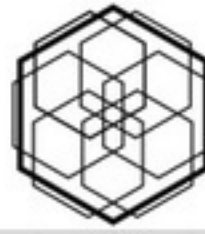
b)

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} &= \frac{2}{3} \cdot 1 \\ &= \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2} \\ &= \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} \\ &= \underline{\underline{\frac{4}{6}}} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} \frac{7}{2} &= \frac{7}{2} \cdot 1 \\ &= \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{3} \\ &= \frac{7 \cdot 3}{2 \cdot 3} \\ &= \underline{\underline{\frac{21}{6}}} \end{aligned}$$





Exercices corrigés

Additionner les fractions suivantes :

a)

$$\frac{4}{3} + 7 = \frac{4}{3} + 7 \cdot 1$$

Nous allons transformer le 7.

$$= \frac{4}{3} + 7 \cdot \frac{3}{3}$$

On choisit $1 = \frac{3}{3}$ car on a déjà $\frac{4}{3}$

$$= \frac{4}{3} + \frac{7 \cdot 3}{1 \cdot 3}$$

On regroupe les facteurs de la multiplication

$$= \frac{4}{3} + \frac{21}{3}$$

On effectue la multiplication

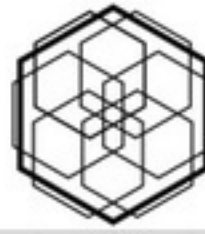
$$= \frac{4 + 21}{3}$$

On regroupe les termes de l'addition

$$= \underline{\underline{\frac{25}{3}}}$$

On effectue l'addition





$$\begin{aligned} b) \quad \frac{3}{10} + \frac{2}{5} &= \frac{3}{10} + \frac{2}{5} \cdot 1 \\ &= \frac{3}{10} + \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{2} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{4}{10} \\ &= \frac{3+4}{10} \\ &= \underline{\underline{\frac{7}{10}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) \quad \frac{4}{20} + \frac{7}{2} &= \frac{4}{20} + \frac{7}{2} \cdot 1 \\ &= \frac{4}{20} + \frac{7}{2} \cdot \frac{10}{10} \\ &= \frac{4}{20} + \frac{7 \cdot 10}{2 \cdot 10} \\ &= \frac{4}{20} + \frac{70}{20} \\ &= \frac{4+70}{20} \\ &= \underline{\underline{\frac{47}{20}}} \end{aligned}$$

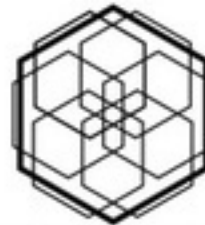




$$\begin{aligned}d) \quad \frac{5}{4} - \frac{1}{12} &= \left(\frac{5}{4} \cdot 1 \right) - \frac{1}{12} \\&= \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{3} \right) - \frac{1}{12} \\&= \left(\frac{5 \cdot 3}{4 \cdot 3} \right) - \frac{1}{12} \\&= \frac{15}{12} - \frac{1}{12} \\&= \frac{15 - 1}{12} \\&= \frac{14}{12} = \underline{\underline{\frac{7}{6}}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}e) \quad \frac{7}{4} - 10 &= \frac{7}{4} - 10 \cdot 1 \\&= \frac{7}{4} - 10 \cdot \frac{4}{4} \\&= \frac{7}{4} - \frac{10 \cdot 4}{1 \cdot 4} \\&= \frac{7}{4} - \frac{40}{4} \\&= \frac{7 - 40}{4} \\&= \underline{\underline{\frac{-33}{4}}}\end{aligned}$$





Exercices (www.gomath.ch)

1. $\frac{4}{7} + \frac{6}{8} =$

2. $\frac{10}{8} - \frac{2}{4} =$

3. $\frac{2}{6} \times \frac{2}{7} =$

4. $\frac{9}{8} : \frac{10}{4} =$

5. $\frac{5}{7} + \frac{5}{3} =$

6. $\frac{9}{5} - \frac{8}{9} =$

7. $\frac{7}{9} \times \frac{8}{6} =$

8. $\frac{6}{3} : \frac{6}{5} =$

9. $\frac{5}{4} + \frac{10}{5} =$

10. $\frac{8}{3} - \frac{8}{7} =$

11. $\frac{3}{5} \times \frac{4}{8} =$

12. $\frac{5}{6} : \frac{7}{4} =$

13. $\frac{7}{3} + \frac{9}{6} =$

14. $\frac{8}{9} - \frac{3}{4} =$

15. $\frac{7}{8} \times \frac{6}{7} =$

16. $\frac{2}{4} : \frac{6}{9} =$

17. $\frac{7}{6} + \frac{4}{7} =$

18. $\frac{4}{7} - \frac{4}{8} =$

19. $\frac{2}{6} \times \frac{5}{4} =$

20. $\frac{6}{5} : \frac{9}{7} =$

Réponses

1. $\frac{37}{28}$ 2. $\frac{3}{4}$ 3. $\frac{2}{21}$ 4. $\frac{9}{20}$ 5. $\frac{50}{21}$ 6. $\frac{41}{45}$ 7. $\frac{28}{27}$ 8. $\frac{5}{3}$ 9. $\frac{13}{4}$ 10. $\frac{32}{21}$

11. $\frac{3}{10}$ 12. $\frac{10}{21}$ 13. $\frac{23}{6}$ 14. $\frac{5}{36}$ 15. $\frac{3}{4}$ 16. $\frac{3}{4}$ 17. $\frac{73}{42}$ 18. $\frac{1}{14}$ 19. $\frac{5}{12}$ 20. $\frac{14}{15}$

(dimanche 25 septembre 2022, 18h43)



